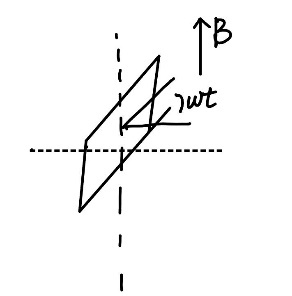
汇智起航 2023 年（寒假）高中物理竞赛复赛-电磁学

模拟测试卷答案

一、

解：考虑一线框旋转的简单模型，…………①(2分)

所以………………………………②(3分)

所以…………………………………③(3分)

所以（已取平均）……………………………………………④(3分)

而实际上角速度应为相对值，即…………⑤(3分)

为假定转速频率

又因为由5式可得：……⑥(3分)

设风扇形成气流面积为S，速度v,则功率……⑦(3分)

又因为………………………⑧(3分)

又因为电扇平稳工作对转动力阻与阻力矩相等，即：

（其中k为待定系数，将所有常数项归化到系数k中）..................⑨(3分)

…………⑩(3分)

……………………………11(4分)

化简得：……………………………………12(4分)

……………13(3分)

二、

首先考虑每一个时刻外加的交变电场在球内的大小是一个定值，可以合理地猜想在每一个时刻金属球表面的电荷密度分布满足这样的分布：

若此时外电场为,总电场为,简单的计算给出：

（3’）

又根据欧姆定律，可以得出： (3’)

联立以上两式可以给出

(4’)

为解该微分方程，设方程具有稳态解 (2’)

代入得到：

(4’)

对比系数解得：

(2’)

(2’)

据此得到金属球中电场随时间的变化关系(任何时候都是处处相同的匀强电场)：

那么根据焦耳定律的微观形式：（功率密度），得到全球内的总功率：

(3’)

对上式取时间平均，得到

(4’)

三、

（1）由牛顿第二定律得

(3’)

解得

(3’)

1. 设某时刻由正电荷指向负电荷的方向矢量与轴正方向夹角为，质心方向速度为、方向速度为，质心坐标为，由角速度恒定得

(3’)

对系统由质心运动定理得

(3’)

(3’)

积分得

(2’)

(2’)

再次积分得

(2’)

(2’)

此即质心的轨迹方程

1. 设粒子处的感生电场强度为，由法拉第电磁感应定律得

(5’)

解得

(1’)

考虑电场力对质心的冲量作用，在微元时间内，电场力对质心元冲量大小记为，则

(2’)

电场力对质心元冲量的方向以角速度匀速旋转，经过总时间，匀速旋转的元矢量首尾相连便组成一个圆，前个周期内的矢量和为零，只有最后个周期内的矢量和有贡献，贡献大小记为，则

(2’)

同理，再考虑洛伦兹力对质心的冲量作用，在微元时间内，洛伦兹力对质心元冲量大小记为，某时刻磁感应强度已减小至，则

(2’)

洛伦兹力对质心元冲量的方向以角速度匀速旋转，经过总时间，由于磁感应强度缓慢减小，匀速旋转的元矢量首尾相连便组成一个向圆心缓慢收敛的圆状螺旋线，矢量和记为

(2’)

由于洛伦兹力与电场力正交，故与的夹角即为

质心所受的总冲量记为，则

(2’)

由动量定理即得质心的终极速度

(6’)

四、

令下降速度为,则等效电场 ………………①（5分）

对介质球而言： ………………②（5分）

由②得： ………………③（5分）

………………④（5分）

………………⑤（5分）

………………⑥（5分）

…………………⑦（5分）

由⑥⑦式可得： …………………⑧（5分）

五、

显然球壳不会有z方向的运动，现假设球心坐标为为x，以球心为原点，z方向为极轴建立坐标系，其转动惯量为:

(3’)

对于某一个面元dS受力为：

(4’)

故总受力为：

(10’)

由于系统能量守恒：(5’)

因此有上式可得：(6’)

*(6’)*

因此可以得到:

(6’)

六、

（1）电偶极子的等效电流元大小：

Idl=(dQ/dt)dl=dp/dt=

（2）(r,)的磁场为：

（3）当r 足够大时，电场只有θ方向分量是显著的。由法拉第电磁感应定律得

令

带入后可得：

因此可得：

（4）给一个微扰过后认为：

代入过后可以得到:

第一式积分两次后代入第二式，并对时间取平均为1/2可得：

稳定平衡条件为：

七、

1. 先求转动球的磁矩m，…①(2分)

①式 …………………②（2分）

…………………③（2分）

…………………④（2分）

矢量化为 …………………⑤（2分）

转动 (采用柱坐标系) …………………⑥（2分）

其中：

…………………⑦（2分）

…………………⑧（3分）

…………………⑨（3分）

…………………⑩（3分）

且 …………………（3分）

式代入⑨式积分可得： …………………（3分）

…………………（3分）

…………………（3分）

（2）此力矩为垂直于杆方向上 …………………（3分）

代入 …………………（3分）

可得： …………………（4分）

八、（本题多种方法，能得出正确结果即可满分）

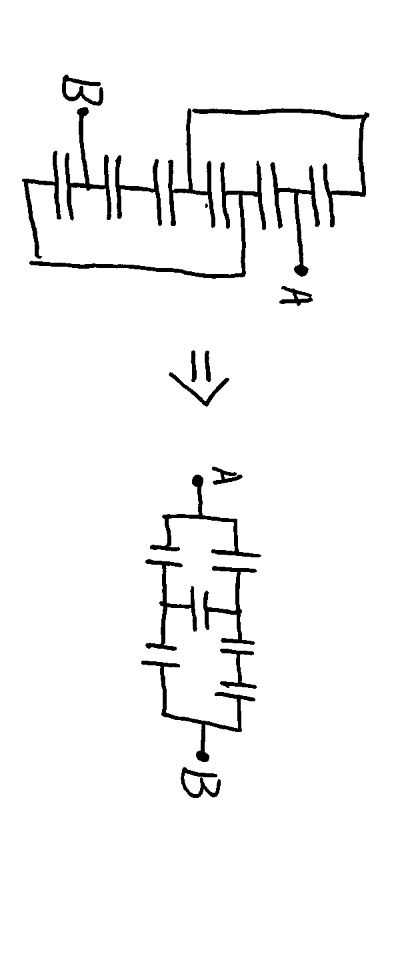
（1）I、可认为1号板上表面、7号板下表面均与地球之间有相同且非常大的电容，若两板上电荷量不同，则两者然而我们知道两板间的电势为有限值，所以我们哪知道两表面的电荷量相同，又因为两者之间电荷总和为7个板上总电荷，故我们可以认为。

II、我们通过导体上的电荷量守恒可知：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 带电荷量（单位q） | 1号板 | 2号板 | 3号板 | 4号板 | 5号板 | 6号板 | 7号板 |
| 上表面 | 14 | 13 | 11 | 8 | 4 | -1 | -7 |
| 下表面 | -13 | -11 | -8 | -4 | 1 | 7 | 14 |

(电荷分布5’)所以五号板上电势最大，一号板或七号板上电势最小。且有：

；

综上所述：1号板电势最小；5号板电势最大，两者电势差为。

（2）I、法一：可如图等效，并化简至右图形式：利用电容串并联关系，并进行一步变换得到：

法二：我们不妨让二号板上带电-11q，六号板上带电11q并设出此时电荷分布：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 带电荷量（单位q） | 1号板 | 2号板 | 3号板 | 4号板 | 5号板 | 6号板 | 7号板 |
| 上表面 | 0 | q1 | q2 | q3 | q4 | q5 | q6 |
| 下表面 | -q1 | -q2 | -q3 | -q4 | -q5 | -q6 | 0 |

并有方程：

得到：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 带电荷量（单位q） | 1号板 | 2号板 | 3号板 | 4号板 | 5号板 | 6号板 | 7号板 |
| 上表面 | 0 | -5 | 6 | -1 | 4 | 4 | -7 |
| 下表面 | 5 | -6 | 1 | -4 | -4 | 7 | 0 |

所以我们有；

II、

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 带电荷量（单位q） | 1号板 | 2号板 | 3号板 | 4号板 | 5号板 | 6号板 | 7号板 |
| 上表面 | 0 | -3/11 | 19/11 | -16/11 | 20/11 | 9/11 | -13/11 |
| 下表面 | 3/11 | 19/11 | 16/11 | -20/11 | 9/11 | 13/33 | 0 |